

KONTRAKTY FORWARD I FUTURES -
WYCENA C.D.

ZAŁOŻENIA- PRZYPOMNIENIE

1. Koszty transakcji są równe zero.
2. Zyski kapitałowe opodatkowane są wg tej samej stopy procentowej.
3. Uczestnicy rynku mogą pożyczać i udzielać pożyczki wg tej samej stopy wolnej od ryzyka (np. stopa *repo*).
4. Uczestnicy rynku wykorzystują strategie arbitrażowe przy każdej nadarzającej się okazji.

NOTACJA W KONTRAKTACH FORWARD- PRZYPOMNIENIE

- T - okres pozostający do daty dostawy
- S - aktualna cena aktywów pierwotnych
- K - cena dostawy aktywów
- f bieżąca wartość długiej pozycji (w momencie zawarcia kontraktu $f=0$)
- F aktualna cena kontraktu (w momencie zawarcia kontraktu $F=K$)
- r aktualna stopa wolna od ryzyka przy kapitalizacji ciągłej (możemy brać kredyt lub założyć lokatę po tej stopie)

Cena kontraktu na papiery o znanej stopie dywidendy (kuponu)

Niech aktywo kosztuje 1 j.p., a stopa dywidendy wynosi $q \in (0, 1)$.

- Wtedy (przy rocznej kapitalizacji) po roku wypłacana jest dywidenda w wysokości $q\$$, co daje dochód $(1 + q)^1\$$
- Gdy (przy półrocznej kapitalizacji) mamy dwie dywidendy wypłacane np. w czerwcu otrzymujemy

$$\frac{q}{2} j.p.$$

i stan majątku wzrośnie do

$$1 + \frac{q}{2} j.p.$$

Reinwestując zysk z dywidendy w ten sam rodzaj aktywa w grudniu nasz majątek wzrośnie do

$$\left(1 + \frac{q}{2}\right)^2 j.p.$$

- Analogicznie przy n krotnej kapitalizacji po roku 1 j.p. będzie warta

$$\left(1 + \frac{q}{n}\right)^n$$

- Przy kapitalizacji ciągłej

$$1 \sim e^q$$

DYWIDENDA (KUPON) WYPŁACANA(Y)
JEST W SPOSÓB CIĄGŁY ZE STOPĄ
q.

Zatem przy stopie dywidendy q papier wartościowy o cenie 1 j.p. upoważnia do otrzymania dywidendy (kuponu)

$$e^{qT} - 1$$

po czasie T .

S jednostek pieniężnych daje wartość dywidendy

$$S (e^{qT} - 1).$$

po czasie T .

Jeśli po czasie T inwestor chce sprzedać N aktywów

- nie musi od razu kupować wszystkich N aktywów.
- Zyski z dywidend może reinwestować w to samo aktywo np.

Np.

- jeśli inwestor kupi Ne^{-qT} aktywów po cenie S
- po czasie T będzie miał majątek $N * S$, więc jeśli zyski z dywidendy będzie natychmiast reinwestował w zakup aktywa, po czasie T będzie miał dokładnie N aktywów.

Ile wynosi F w kontrakcie na zakup określonej ilości aktywów po stopie dywidendy równej q ?
Z punktu widzenia sprzedającego kontrakt:

- i **pożycza z banku Se^{-qT} na zakup e^{-qT} -tej części ilości aktywów na które opiewa kontrakt.** Czyli jeśli np. sprzedajemy w kontrakcie 100 obligacji o stopie dywidendy $q = 0.05$ z terminem dostawy 1 rok, wtedy kupujemy nie od razu 100 obligacji a $100e^{-0.05} \approx 95$ obligacji, a resztę dokupimy później).
- ii **przychody z dywidend (kuponów) natychmiast reinwestuje i po czasie T ma dokładnie tyle aktywów ile potrzeba, by zrealizować dostawę.**
- iii **Po czasie T słuca dług, który wynosi $Se^{-qT}e^{rT} = Se^{(r-q)T}$**

iv **Wykonuje dostawę i zarabia F**

Zysk bez ryzyka z inwestycji wynosi więc

$$F - Se^{(r-q)T}$$

a powinien wynosić zero więc

$$F = Se^{(r-q)T}$$

Wzory na niearbitrażowe ceny terminowe i dostawy (podsumowanie):

Okresowe dochody	cena terminowa
brak	$F = Se^{rT}$
dochód D_i w chwili t_i $i = 1, \dots, n$	$F = (S - I)e^{rT}$ gdzie $I = \sum_{i=1}^n D_i e^{-rt_i}$
wypłacane w sposób ciągły o stopie q	$F = Se^{(r-q)T}$

Ile wynosi wartość kontraktu w momencie
 T ?

$$f = (F - K)e^{-rT}$$

- W momencie zawarcia kontraktu $f = 0$, bo $F = K$.
- Później może się zmieniać i raz jest na plusie raz na minusie.

Zatem wzory na wartości kontraktu:

Okresowe dochody	wartości kontraktu:
brak	$f = (Se^{rT} - K)e^{-rT} =$ $= S - Ke^{-rT}$
dochód D_i w chwili t_i $i = 1, \dots, n$	$f = S - I - Ke^{-rT}$ gdzie $I = \sum_{i=1}^n D_i e^{-rt_i}$
wypłacane w sposób ciągły o stopie q	$f = Se^{-qT} - Ke^{-rT}$

Kontrakty na indeksy giełdowe

Indeks giełdowy: hipotetyczny portfel akcji różnych spółek. Waga akcji każdej spółki zależy od udziału danej spółki w portfelu.

Przykładowe indeksy na GPW w Warszawie:

Indeks	Liczba spółek	Wiodące spółki
WIG 20	20	PKOBP,KGHM,PZU
mWIG 40	40	LPP,EUROCASH,INGBSK
WIG-Plus	170	WIELTON,EKO,ALMA
WIGdiv	30	KGHM,PZU,PKO
WIG	344	KGHM,PZU,PKOBP
RESPECT	20	PZU,KGHM,PKNORLEN

Na GPW dostępne są kontrakty na indeksy WIG 20 i mWIG 40 Wykorzystanie:

1. **Spekulacja**-Zarabianie na zmianach cen kontraktów (wykorzystanie efektu dźwigni finansowej)
2. **Hedging**-Zabezpieczanie ryzyka inwestowania w spółki wchodzące w skład indeksu bazowego
3. **Arbitraż**-Zarabianie na niedopasowaniu cenowym pomiędzy kontraktem terminowym a indeksem bazowym

WIG 20 - charakterystyka

- Indeks WIG20 jest obliczany od 16 kwietnia 1994 roku, na podstawie wartości portfela akcji **20 największych i najbardziej płynnych spółek GPW.**
- WIG20 jest indeksem typu cenowego, co oznacza że przy jego obliczaniu bierze się pod uwagę jedynie ceny zawartych w nim transakcji, **a nie uwzględnia się dochodów z tytułu dywidend.**
- W indeksie WIG20 nie może uczestniczyć więcej niż 5 spółek z jednego sektora giełdowego.

mWIG 40 - charakterystyka

- Indeks mWIG40 jest obliczany od 31 grudnia 1997 roku,
- mWIG 40 jest indeksem typu cenowego, co oznacza że przy jego obliczaniu bierze się pod uwagę jedynie ceny zawartych w nim transakcji, **a nie uwzględnia się dochodów z tytułu dywidend.**
- Indeks stanowi 40 spek notowanych na GPW z wykluczeniem spek uczestniczących w indeksie WIG20 i funduszy inwestycyjnych,

Rodzaje indeksów ze względu na wycenę

- **Indeksy cenowe** to indeksy w których przy wycenie bierze się pod uwagę jedynie ceny zawartych w nim transakcji np. WIG20, mWIG40, WIG-Plus
- **Indeksy dochodowe** to indeksy w których przy wycenie bierze się pod uwagę zarówno ceny zawartych w nim akcji, jak i dochody z dywidend i praw poboru. np. WIG, WIGdiv, RESPECT.

Indeks giełdowy:

- można interpretować jako papier wartościowy o znanej stopie dywidendy
- stopę dywidendy obliczamy jako odpowiednią średnią ważoną stóp dywidendy spółek wchodzących w skład indeksu
- kontrakty na indeksy giełdowe rozliczane są gotówkowo (**nigdy nie dochodzi do fizycznej dostawy**)

Wtedy cena terminowa jest obliczona znanym wzorem

$$F = S e^{(r-q)T}$$

gdzie q – średnia stopa dywidendy

Kontrakty walutowe

- Walutę obcą można wykorzystać na zakup obligacji terminowych w innym kraju
- Z tego powodu można ją traktować jako papier wartościowy o znanych dochodach, lub o znanej stopie dywidendy.

Wtedy cena terminowa jest obliczona znanym wzorem

$$F = S e^{(r-q)T}$$

gdzie q – średnia stopa kuponowa. lub wzorem

$$F = (S - I) e^{rT}$$

jeśli $I = \sum_{i=1}^n C_i e^{-rt_i}$ jeśli C_i to kupon wypłacany w chwili t_i .

Kontrakty towarowe

- Towary nabywane są w celach inwestycyjnych np. złoto, ropa naftowa, miedź, czy konsumpcyjnych zboże, ziemniaki, rzepak, bydło, trzoda chlewna itp.
- ponosimy koszty przechowywania i magazynowania.
- Z tego powodu traktowane są jako papiery wartościowe o ujemnych przychodach, lub ujemnej stopie zwrotu np.
 1. Bieżąca cena złota - S , stopa wolna od ryzyka r . Inwestor przechowuje towar w magazynie, którego właściciel pobiera dwie opłaty u_1 po 6 miesiącach i u_2 pod koniec roku rozliczeniowego. Wtedy cena kontraktu to

$$F = (S - I)e^{rT}$$

dla $I = -u_1 * e^{-6r} - u_2 * e^{-12r}$ -bieżącej wartości usługi magazynowania.

2. Jeśli magazynier pobiera opłatę w zależności od ceny towaru wtedy stopa traktowana jest jako ujemna stopa zwrotu $q = -q_0$ i wtedy

$$F = S e^{(r-q)T}.$$

Ogólnie: jeśli magazynier pobiera opłaty w wysokości u_i w momentach t_i wtedy bieżąca wartość kosztów $I = - \sum_{i=1}^n u_i e^{-rt_i}$ oraz cena kontraktu

$$F = (S - I)e^{rT}$$

jeśli magazynier pobiera opłaty o stopie $q_0 > 0$ wtedy

$$F = S(e^{(r-q)T})$$

dla $q := -q_0$.

Dowód równości cen kontraktów forward i futures

Przy tej samej cenie początkowej aktywa pierwotnego i tej samej stopie wolnej od ryzyka niearbitrażowa cena kontraktu forward jest taka sama jak jego odpowiednika futures. Dowód na przykładzie papieru nie przynoszącego okresowego dochodu: (F-cena terminowa) Za tydzień.